# PYRAMIDES ET CÔNES

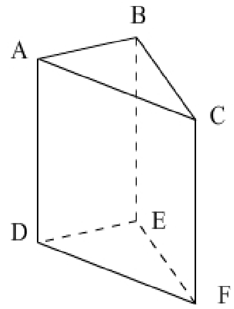
- Réaliser le patron d'une pyramide de dimensions données.
- Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $V = \frac{1}{3} Bh$.

## I RAPPELS : PRISMES DROITS

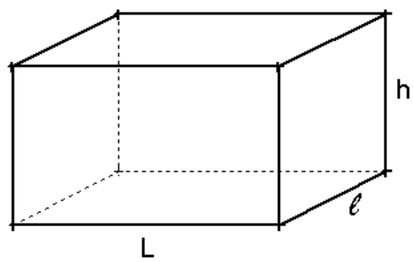
**Définition :** Un prisme droit est un solide (polyèdre) ayant deux bases polygonales superposables et des faces latérales qui sont des rectangles.

Exemples :

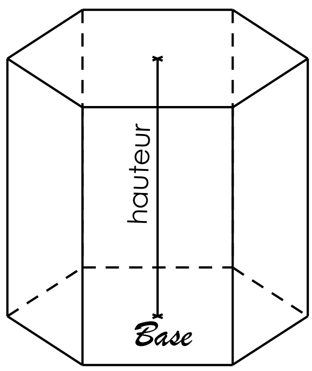
prisme droit à base triangulaire




parallélépipède rectangle
ou pavé droit




Le volume V d'un prisme ayant une base d'aire $B$ et de hauteur $h$ est donné par la formule : $V = B \times h$



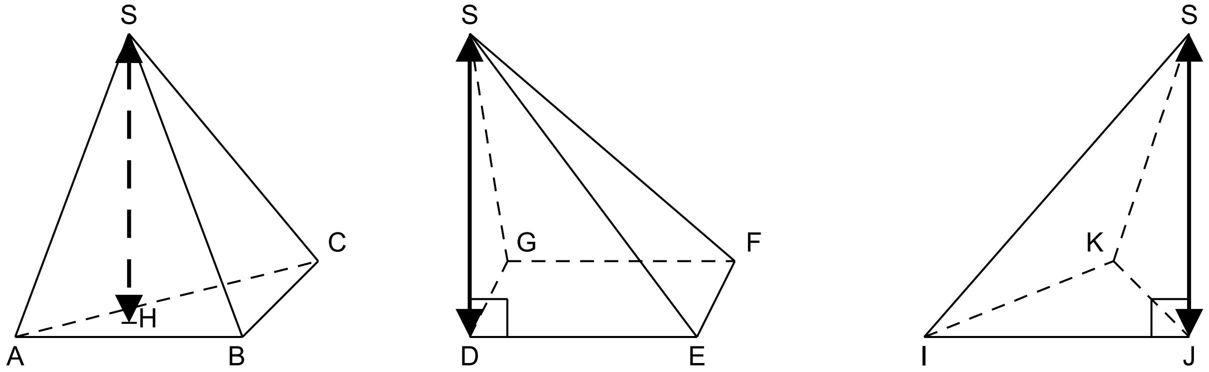

## II LES PYRAMIDES

### 1) Définitions

**Définitions :** Une pyramide de **sommet** S est un solide (polyèdre) délimité par :
Sa **base** : c'est la face qui ne contient pas S (triangle, quadrilatère...)
Ses **faces latérales** : ce sont des triangles de sommet S, dont un coté est un coté de la base.

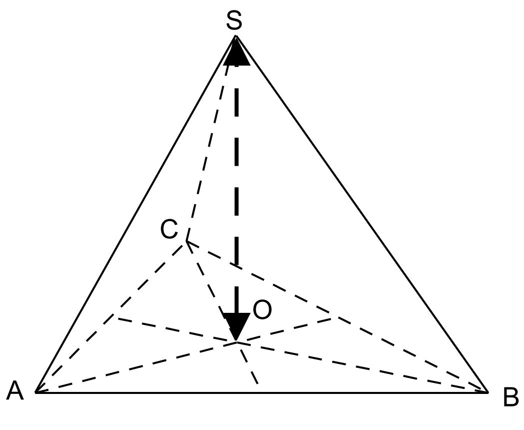
La **hauteur** d'une pyramide est le segment [SH] perpendiculaire au plan de la base, où H est un point de ce plan.
La longueur SH est parfois aussi appelée la hauteur de cette pyramide.

Exemples :

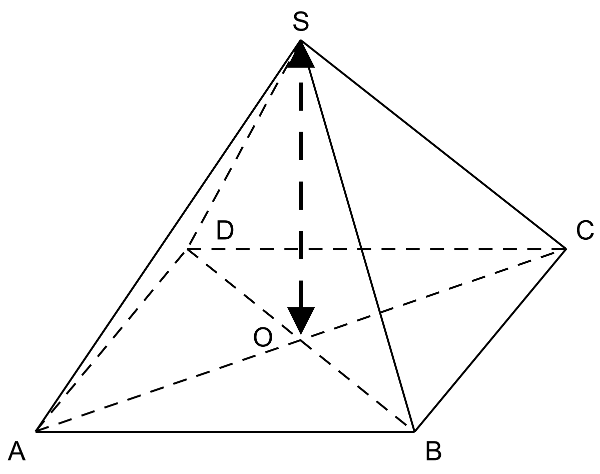



| | | | |
|---|---|---|---|
| SOMMET | S | S | S |
| BASE | ABC | DEFG | IJK |
| FACES LATÉRALES | 3 faces:<br>ABS, BCS et ACS | 4 faces :<br>DES, EFS, FGS et GDS | 3 faces :<br>IJS, JKS et KIS |
| HAUTEUR | [SH] | [SD] | [SJ] |

**Définition :** Une pyramide de sommet S est un dite « **régulière** » lorsque : Sa base est un polygone régulier de centre O : triangle équilatéral, carré, ... [SO] est la hauteur de cette pyramide.




*Pyramide régulière à base triangulaire*




*Pyramide régulière à base carrée*

**ABC** est un triangle équilatérale de centre de gravité **O**
**ABCD** est un carré de centre **O**

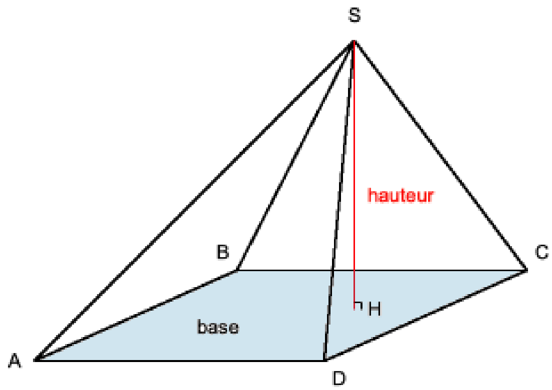
**propriété (admise ) :** Les faces **latérales** d'une pyramide régulière sont des triangles isocèles superposables.

**NB :** une pyramide à base triangulaire est appelée un tétraèdre.

### 2) Volume d'une pyramide :

$$V = \frac{B \times h}{3}$$

B est l'aire de la base
h est la hauteur de la pyramide
V est le volume de la pyramide



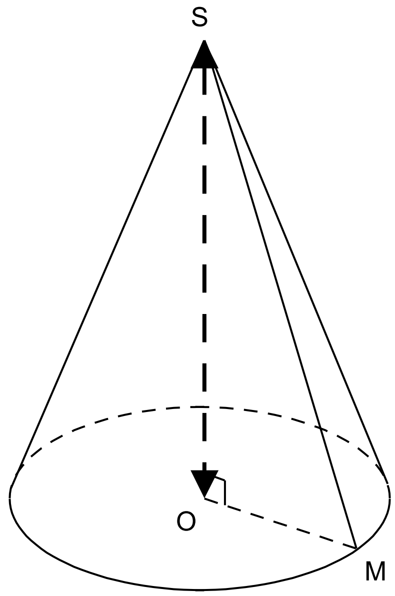

## III LES CÔNES DE REVOLUTION

### 1) Définitions

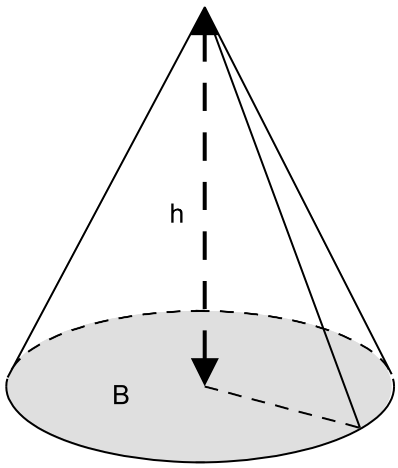
**Définitions :** Un cône de révolution de **sommet** S est un solide **engendré** par la rotation d'un triangle SOM rectangle en O autour de la droite (SO) :

Le disque de centre O et de rayon OM est la base de ce cône.
Le segment [SO] est la hauteur de ce cône (la longueur SO aussi). Il est perpendiculaire au plan de la base.
Le segment [SM] est la génératrice du cône de révolution.

Exemple :



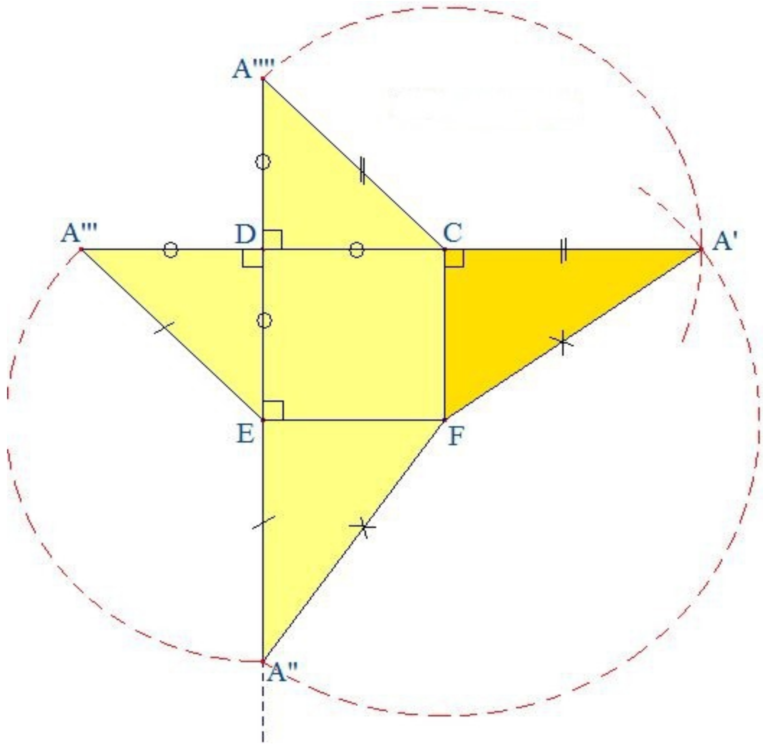
## 2) Volume d'un cône:




$$V = \frac{B \times h}{3}$$

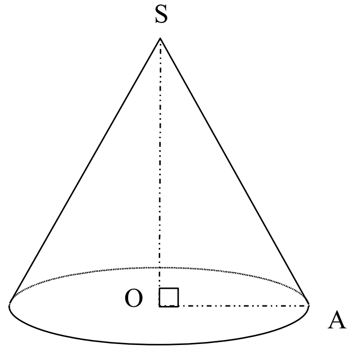
B est l'aire de la base= $\pi R^2$
h est la hauteur de la pyramide
V est le volume de la pyramide

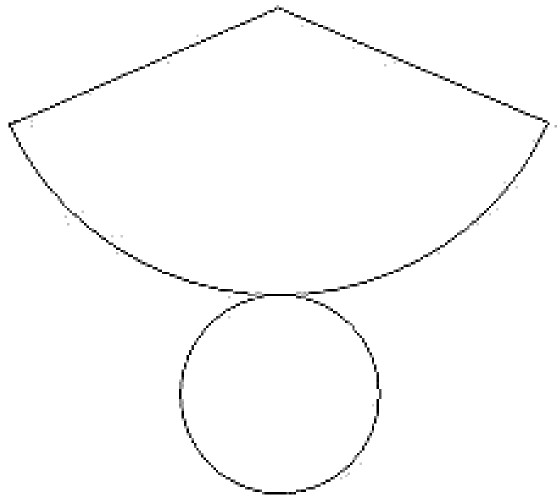
# IV LES PATRONS



***Exemple :*** construire le patron du cône droit

*[SA] mesure 6cm et [OA] (rayon de la base) mesure 2cm.*



*C*alculs: le patron est constitué d'un disque de rayon r=2cm et d'un secteur de disque de rayon R=SA=6cm. Ce qu'il faut calculer c'est l'angle au centre $\widehat{ASA'}$.

| Angle au centre(°) | Longueur de l'arc(cm) |
|---|---|
| 360 | 2πR |
| a | 2πr |

Si nous gardions tout le disque de rayon R l'angle au centre aurait pour mesure **360°** et le périmètre serait **2πR**. Nous ne gardons que le secteur d'angle au centre de mesure inconnue **a** et dont la longueur de l'arc est égale au périmètre du disque de base **2πr** (comme le bord du disque doit être collé sur le bord du secteur il faut qu'ils aient la même longueur). Il s'agit d'un calcul de proportionnalité: la longueur de l'arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre qui sous-tend cet arc.

Utilisons l'égalité des produits en croix:

$$a \times 2\pi R = 2\pi r \times 360$$

$$a = \frac{(2\pi r \times 360)}{(2\pi R)}$$

Après simplification par $2\pi$ :

$$a = \frac{r \times 360}{R} \quad \text{ou} \quad a = 360\frac{r}{R}$$

Avec les données de notre exemple, l'angle au centre est $\frac{360 \times 2}{6}$ soit 120°.

NB : C'est souvent la hauteur du cône qui est donnée mais le théorème de Pythagore nous permet dans ce cas, à l'aide du rayon du disque de calculer la longueur de l'apothème (SA).